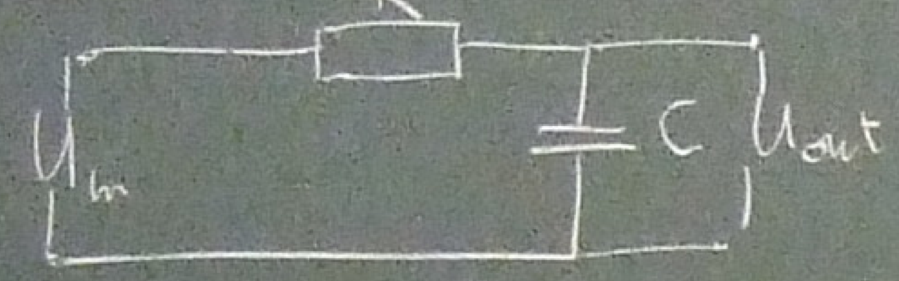
Hochpaß & Tiefpaßfilter

aus Widerstand & Kondensator.



für $f \to \infty$

„Kurzschluß" wegen $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$

$\rightsquigarrow$ Tiefpaß:

Spannungen werden bei $f < f_c$ übertragen.

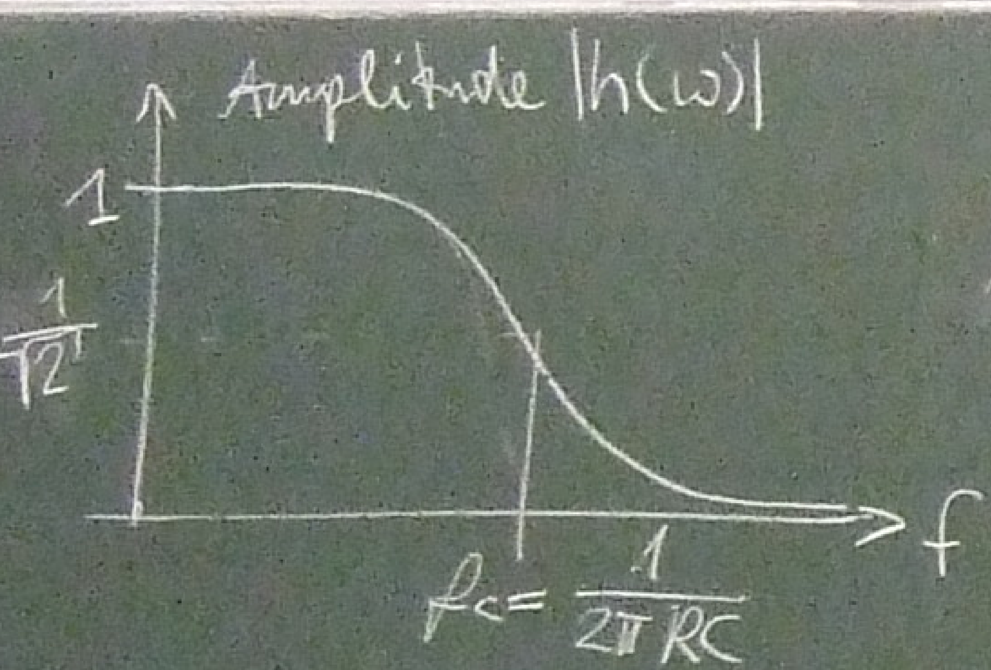
Übertragungsfunktion: $h(\omega) = \frac{U_{out}}{U_{in}}$

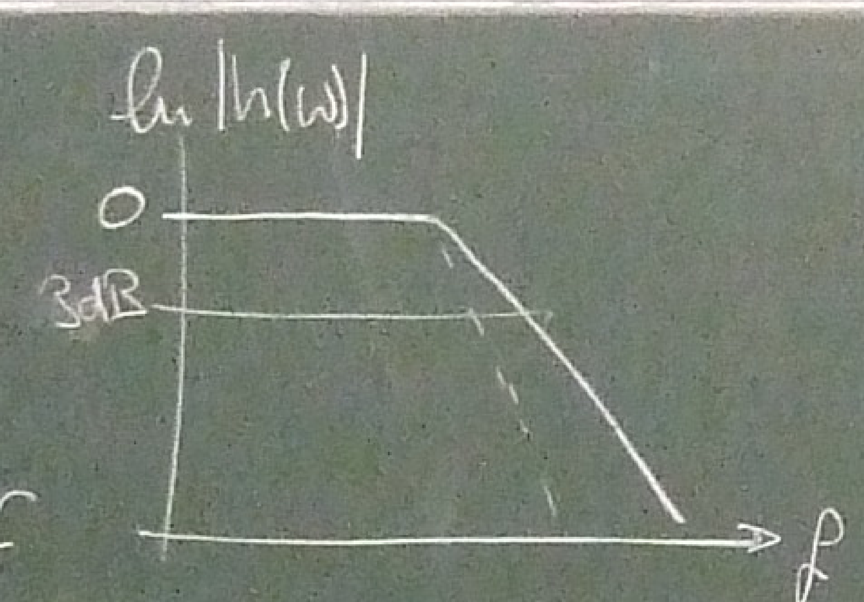
Tiefpaß: $Z = R + Z_C = R + \frac{1}{i\omega C}$

$$I = \frac{U_{in}}{Z}\ ;\quad U_{out} = I \cdot Z_C = \frac{I}{i\omega C}$$

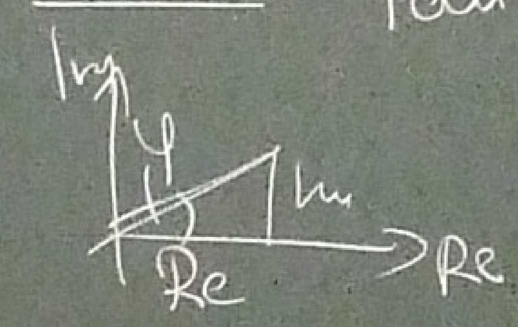
$$h(\omega) = \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{\cancel{I}}{i\omega C \cdot \cancel{I}\left(R + \frac{1}{i\omega C}\right)} = \frac{1}{i\omega C\left(\frac{i\omega CR + 1}{i\omega C}\right)}$$

$$= \frac{1}{1 + i\omega RC} = \frac{1 - i\omega RC}{(1+i\omega RC)(1-i\omega RC)} = \frac{1 - i\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$



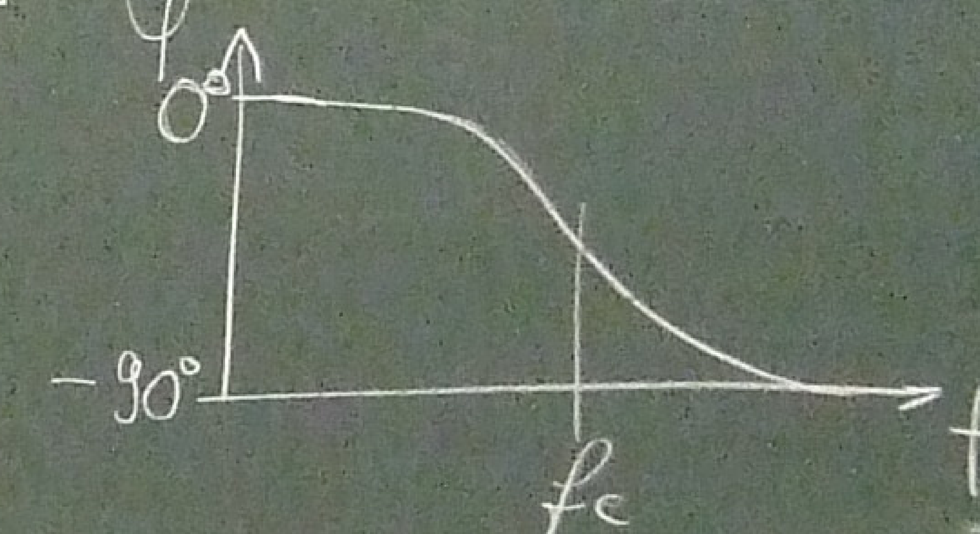


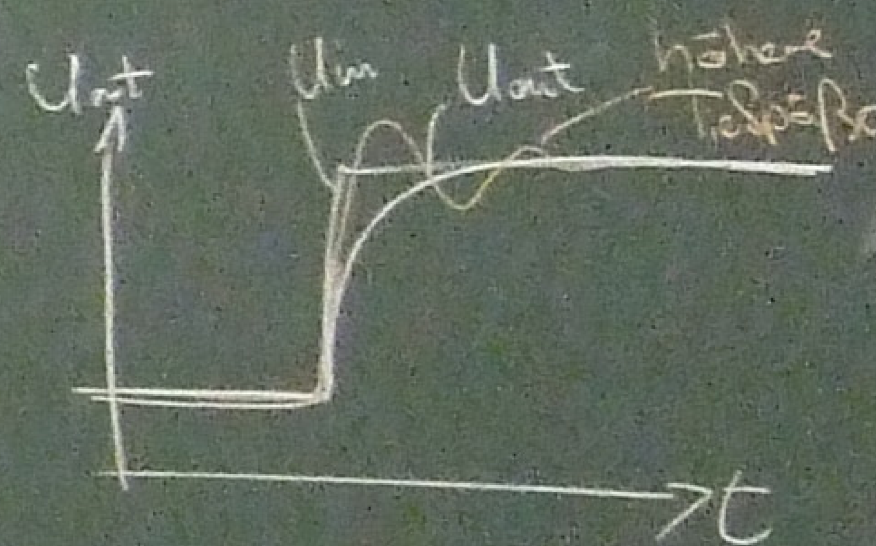
Phase



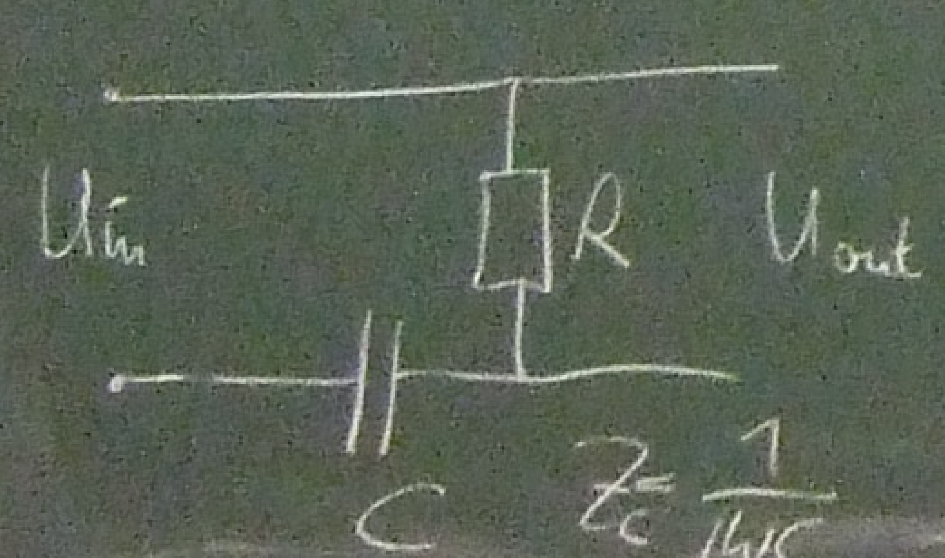
$$\tan\varphi = \frac{\mathrm{Im}\, h(\omega)}{\mathrm{Re}\, h(\omega)} = \frac{-\omega RC}{1}$$

$$\varphi = \arctan(-\omega RC)$$



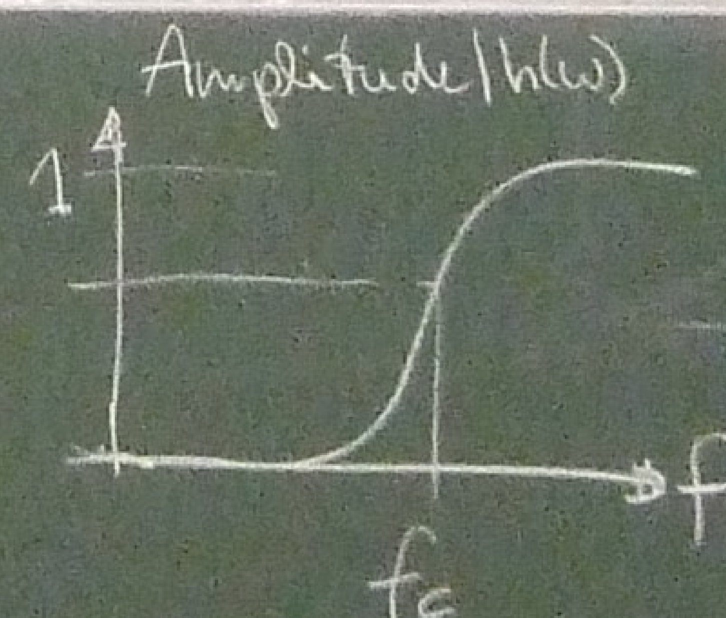


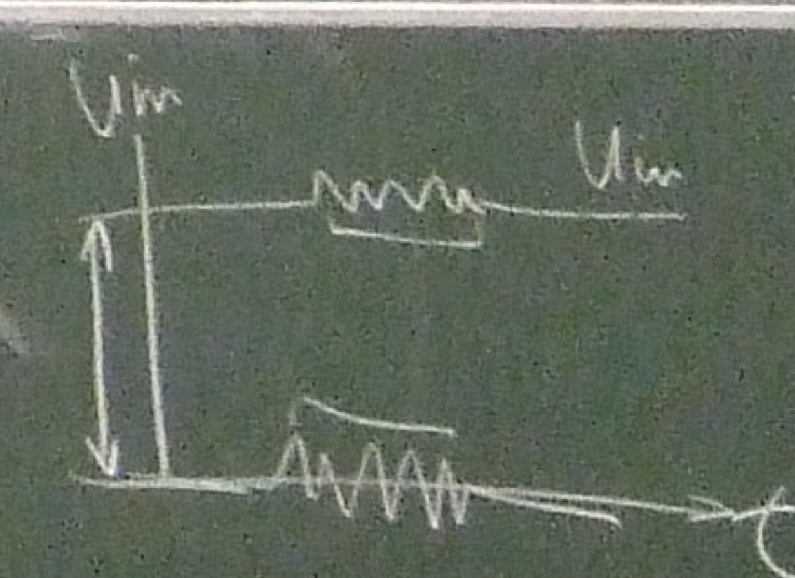
2. Hochpaß



C isoliert bei kleinen Frequenzen $\to U_{out} = 0$.

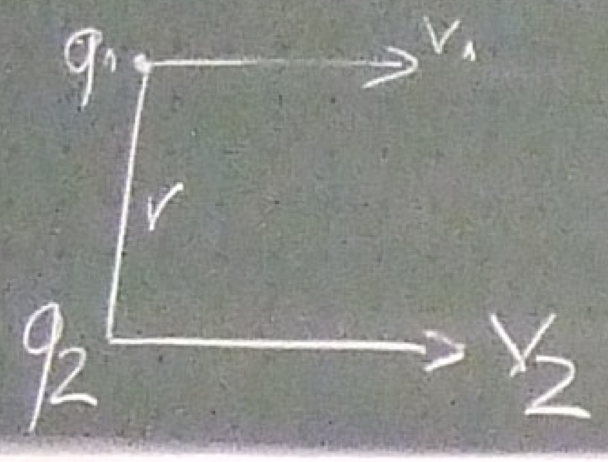
Hochpaß: Spannungen werden für $f > f_c$ übertragen.





Zusammenhang zwischen elektrischen und magnetischen Feldern

$$F_{el} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} \quad ; \quad F_{mag} = q_2 (v_2 \times B_1)$$



$$|B_1| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_1 v_1}{r^2}$$

$$\rightsquigarrow F_{mag} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_1 v_1 q_2 v_2}{r^2}$$

Verhältnis

$$\frac{F_{mag}}{F_{el}} = \frac{\mu_0}{\cancel{4\pi}} \cdot \frac{q_1 v_1 q_2 v_2}{\cancel{r^2}} \cdot \frac{\cancel{4\pi}\varepsilon_0 \cancel{r^2}}{\cancel{q_1 q_2}} = \mu_0 \varepsilon_0 v_1 v_2 = \frac{v_1 v_2}{c^2}$$

$$\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} = c^2$$

- Für $v_1 = v_2 \approx c$ (z.B. schnelle Elektronen): $F_{mag} \approx F_{el}$

„Korrekturterme" v/c sind typisch für Relativitätstheorie. Verdacht: Ist Magnetismus ein relativistischer Effekt?

Für $v_D \ll c$: Driftgeschwindigkeit von Leitungselektronen

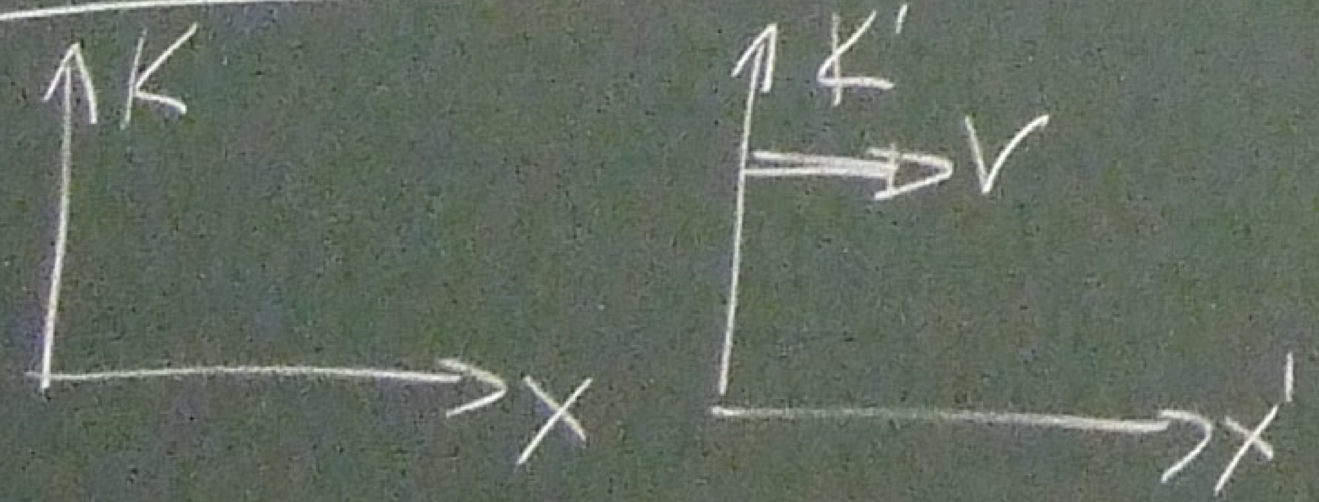
$$v_D \approx 10^{-3} \frac{m}{s}$$

$$\frac{v_D}{c} = \frac{10^{-3}}{3 \cdot 10^{8}} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-11}$$

$$F_{mag} = \frac{v_D^2}{c^2} = \frac{1}{9} 10^{-22} F_{el} = 10^{-23} \cdot F_{el}$$

ABER: Es sind typischerweise 10^{23} Elektronen beteiligt

Relativitätstheorie



Transformation physikalischer Gesetze von einem ruhenden System K in ein bewegtes System K', welches sich mit v in x-Richtung bewegt.

Lorentz-Transformation

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = y$$

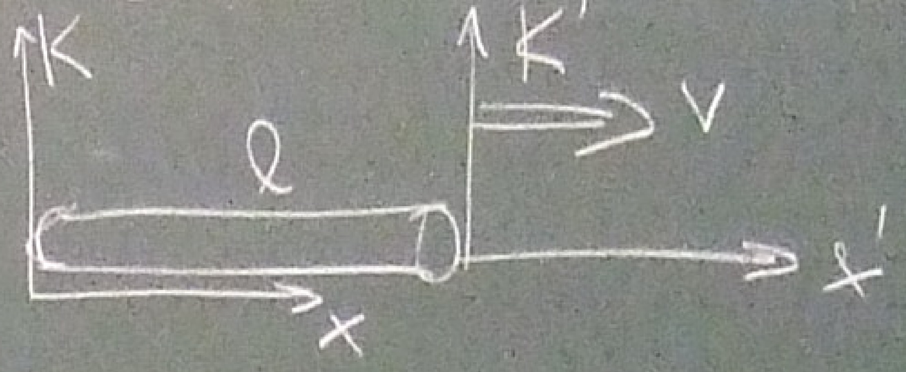
Beobachter K: Ereignis hat Ort x, y, z & Zeit t

Beobachter K': —— " —— x', y', z' & Zeit t'.

Einstein (1905)

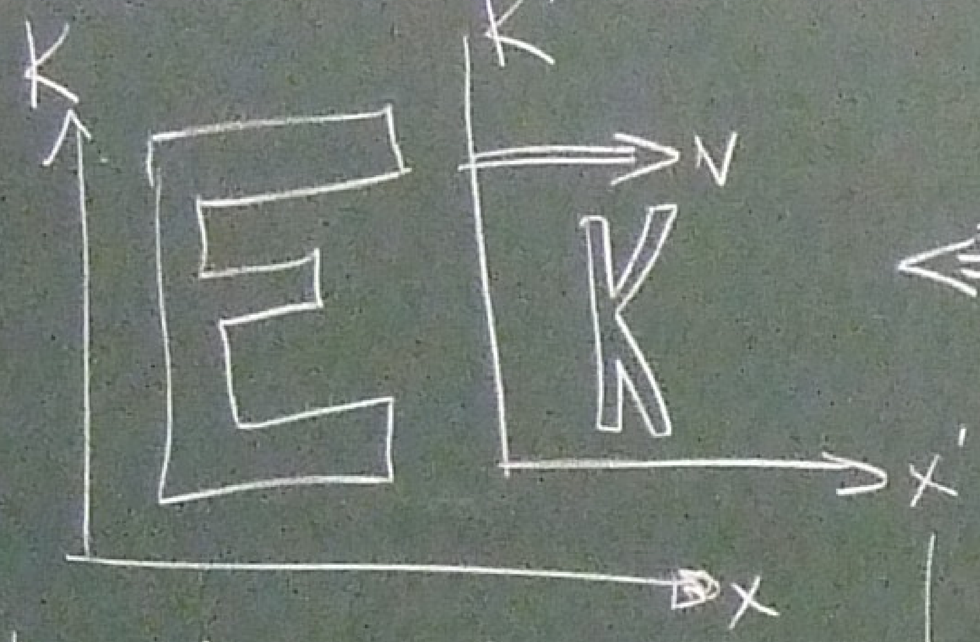
1) Alle physikalischen Gesetze sind in allen Inertialsystemen gleich.
2) Die Lichtgeschwindigkeit ist für alle Beobachter gleich.

Folge: Lorentz-Kontraktion



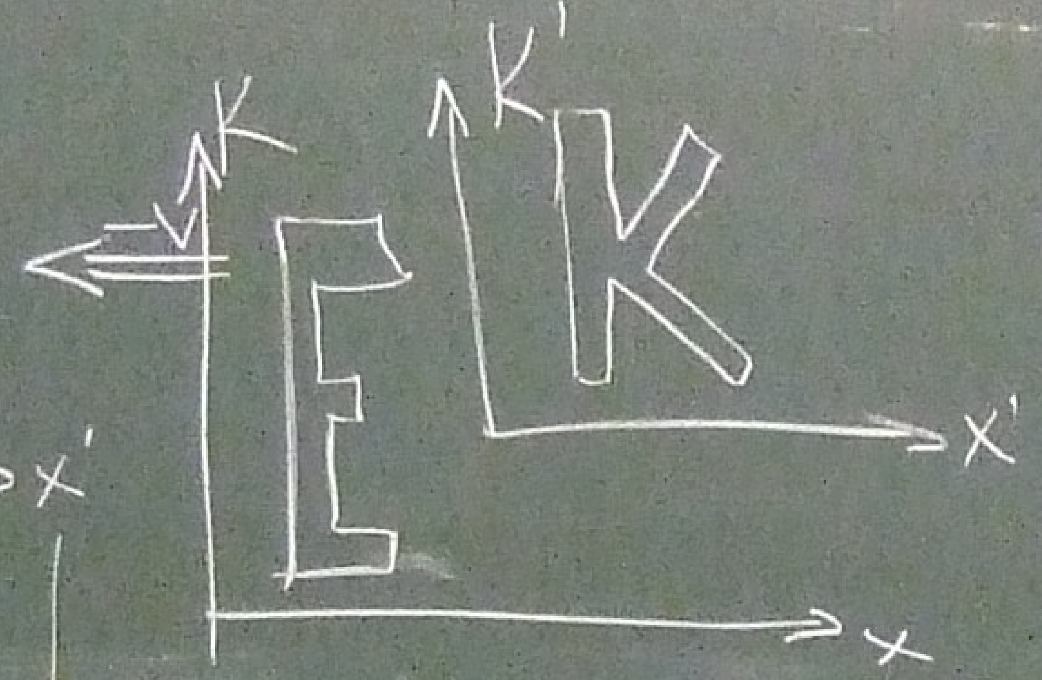
Stab der Länge l ruht in K. Welche Länge sieht K'.

$$l' = l\cdot\sqrt{1-v^2/c^2} = l/\gamma(v) \quad \text{mit } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$



K sieht „K" verkürzt

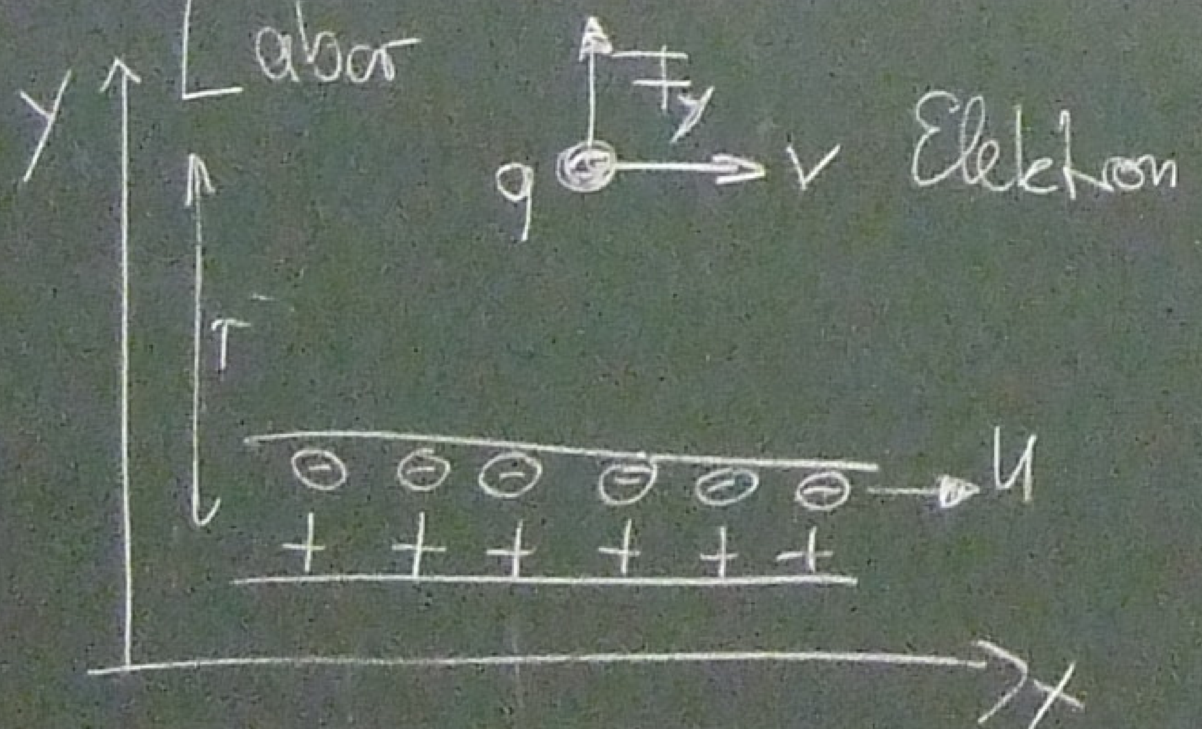
Sichtweise in K

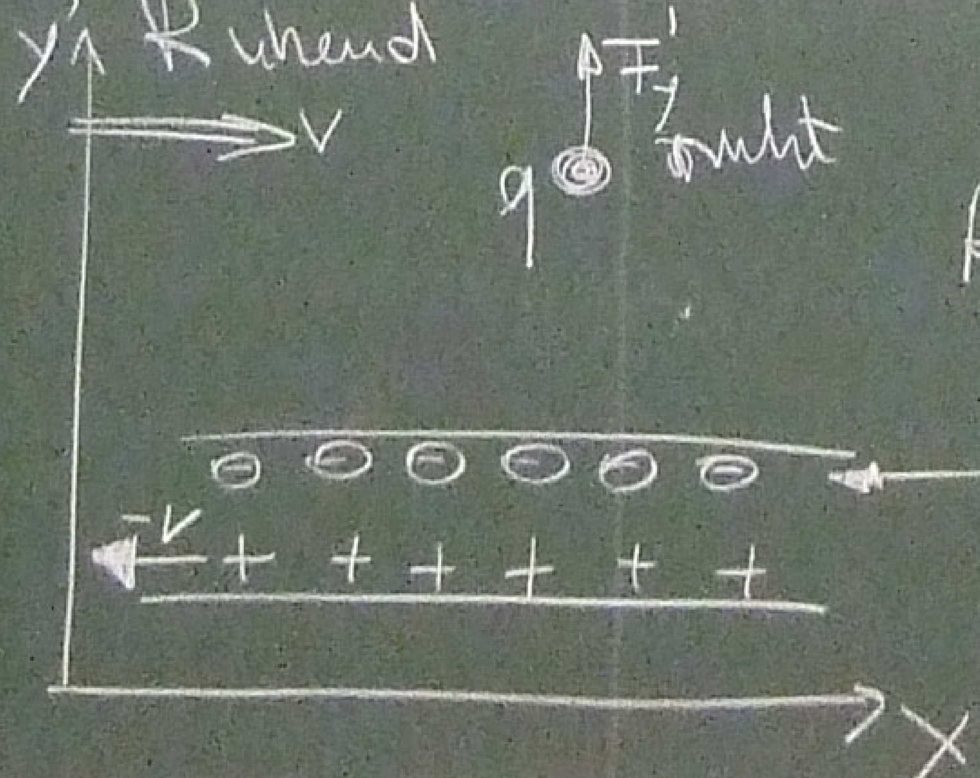


Sichtweise in K'

Herleitung der Lorentz-Kraft

Magnetische Felder und Kräfte lassen sich als relativistische Konsequenz aus dem Coulombgesetz herleiten.





Relat. Additionstheorem für u-v

$$\frac{u-v}{1-uv/c^2}$$

Zu zeigen:

Aus Coulombgesetz folgt Lorentzkraft

$$F = -qvB = -\frac{q\mu_0}{2\pi r}\cdot\rho_L^-\, u\cdot v \qquad \rho = \frac{\text{Ladung}}{\text{Länge}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,;\quad I = \rho_L^-\cdot u$$

mit $\rho = \frac{\text{Ladung}}{\text{Länge}}$

Lorentzkontraktion $\rho = \frac{Q}{L}$ $\rho' = \frac{Q}{L'}$: $\rho L = \text{const.}$

$$\rightsquigarrow \rho' = \rho\cdot\frac{L}{L'} = \rho\cdot 1/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \rho\,\gamma(v)$$

$$L' = L\cdot\sqrt{1-v^2/c^2}$$

Im Labor L:

$$\rho_L^+ = \rho^+$$

$$\rho_L^- = \rho^-\gamma(u)$$

$\rho_L^+ + \rho_L^- = 0$: Draht ist ungeladen.

$\rightsquigarrow$ $E_L = 0$ kein elektrisches Feld im L (z.B. testen mit Probeladung $v=0$)

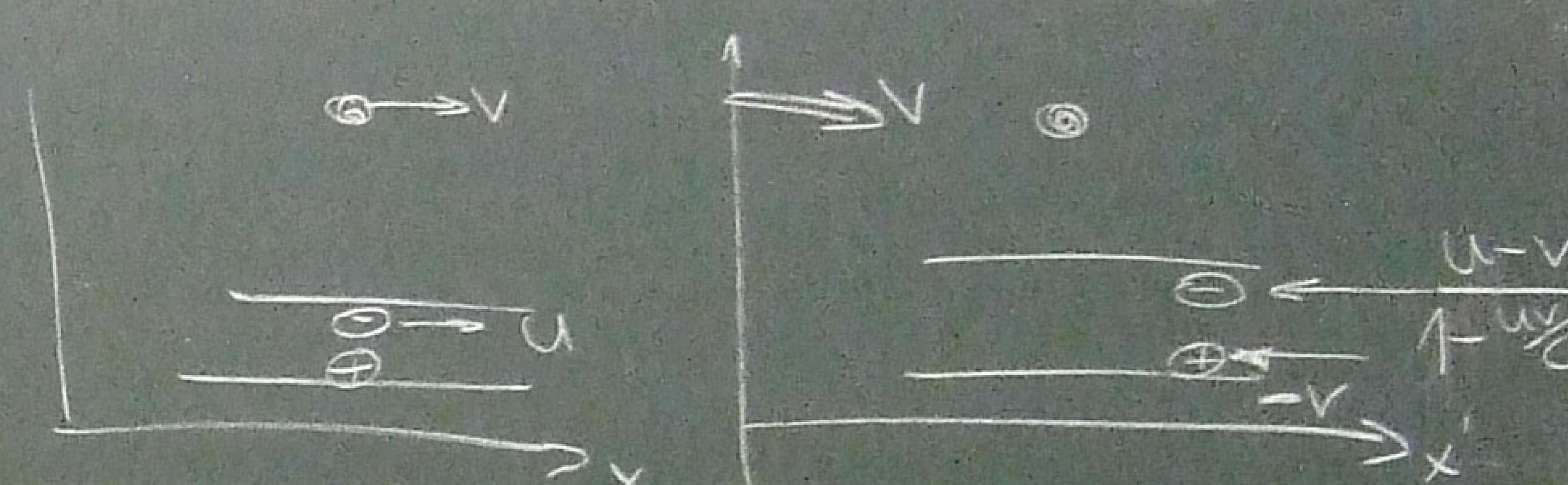
Im R

$$\left.\begin{aligned}\rho_R^+ &= \rho^+\gamma(v)\\ \rho_R^- &= \rho^-\gamma\left(\frac{u-v}{1-uv/c^2}\right)\end{aligned}\right\}\ \rho_R^+ + \rho_R^- \neq 0 \rightsquigarrow E_R \neq 0$$

Coulomb

$$E_R = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 r}\cdot\left[\rho^+\gamma(v) + \rho^-\gamma\left(\frac{u-v}{1-uv/c^2}\right)\right]$$

Mathematik: $\gamma\left(\frac{u-v}{1-uv/c^2}\right) = \gamma(u)\gamma(v)\cdot\left(1-\frac{uv}{c^2}\right)$



$$E_R = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 r}\gamma(v)\left[\underbrace{\rho^+ + \underbrace{\rho^-\gamma(u)}_{\rho_L^-}}_{=0}\left(1-\frac{uv}{c^2}\right)\right]$$

$$E_R = -\frac{\gamma(v)}{2\pi\varepsilon_0 r}\rho_L^-\frac{uv}{c^2}$$

$$F_R = -\frac{q\gamma(v)}{2\pi\varepsilon_0 c^2 r}\cdot\rho_L^- u\cdot v$$

Rücktransformation nach L

$$F_y = F_L = \frac{F_R}{\gamma(v)} = -\frac{q\mu_0}{2\pi r}\cdot\rho_L^- u\cdot v$$

Transformation von Kräften

$$\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} = c^2$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\vec{u}}{c^2}\times\vec{E}}$$

gen.

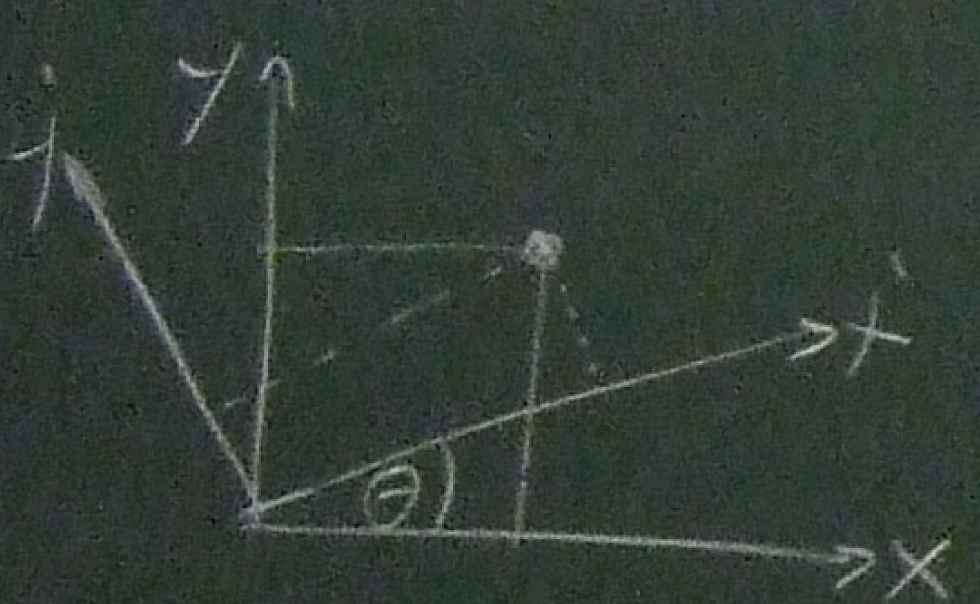
$$F = q(v\times B)$$

$$\boxed{\vec{E} = -\vec{v}\times\vec{B}}$$

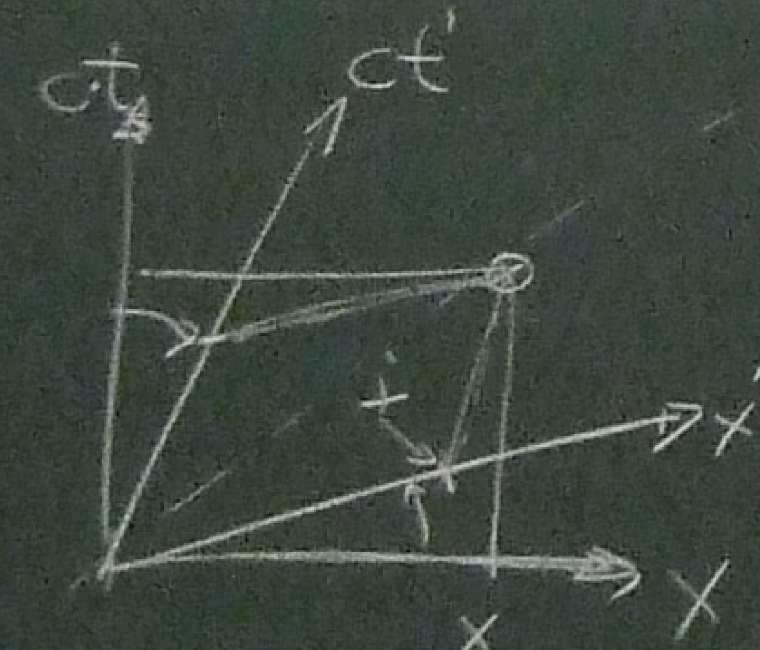
$F = \frac{\text{„Impuls"}}{\text{Zeit}}$

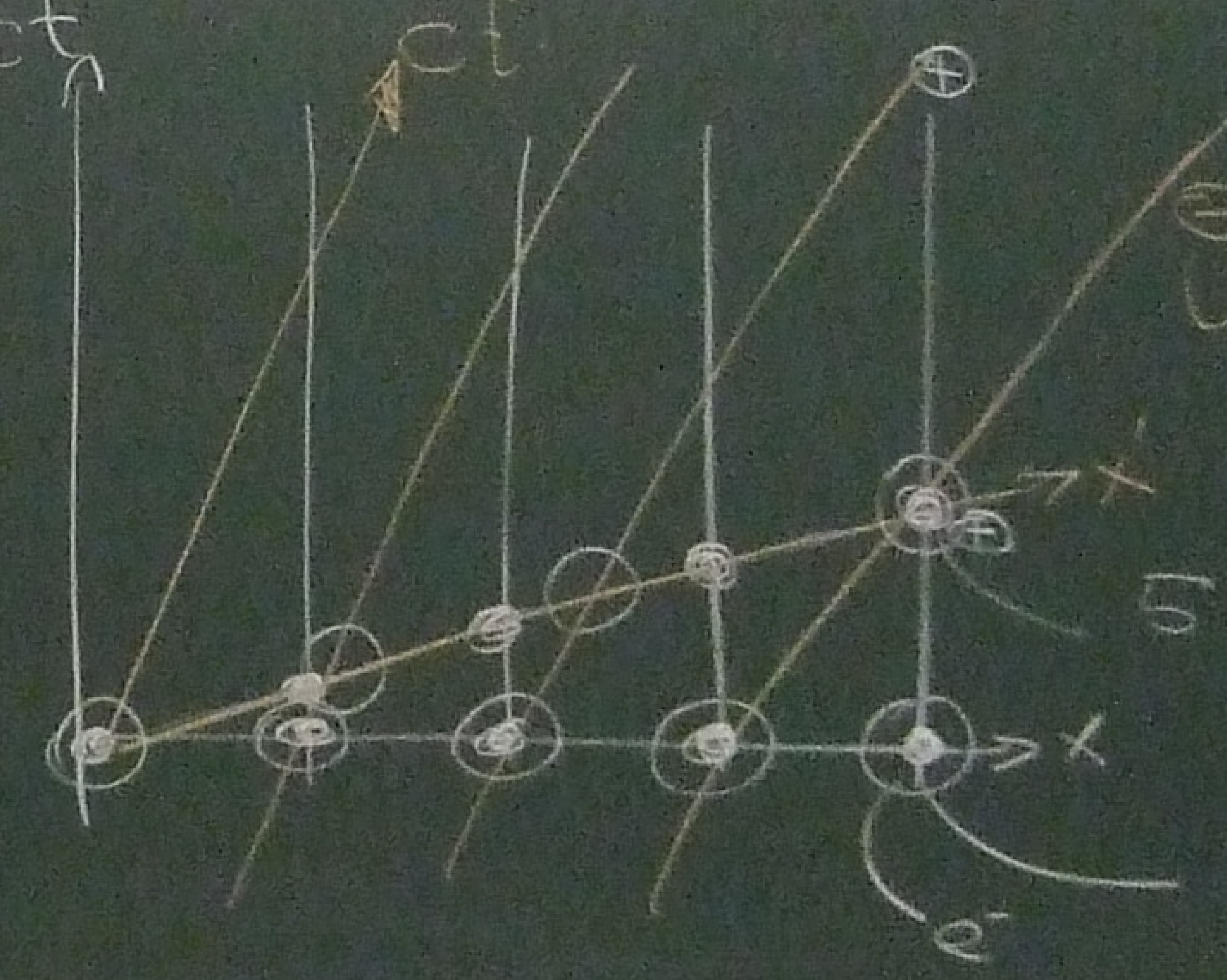
E-Feld einer ruhenden Ladung

Drehung



Lorentz-Trafo





Weltlinie des e^-

5 ⊕ und 4 ⊖ ⇝ positiv geladen.

Weltlinien der Ionen ⊕

Im R $\rho_0^+ = \rho^+ \gamma(v)$